FORMULAIRE

ONDES SONORES

Équations d'Euler compressible :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div} \underline{U} \, , \qquad \rho \, \frac{d\underline{U}}{dt} = -\mathrm{g}\underline{\mathrm{rad}} \, p \quad \text{et} \quad \rho \, \frac{ds}{dt} = 0$$

accompagnées de la loi d'état $p = \mathcal{P}(\rho, s)$.

Relation de dispersion :

$$\omega = c \, k \quad \text{avec} \quad c^2 = \left(\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \rho} \right)_s (\rho_0, s_0) \; .$$

Champ d'ondes :

$$\begin{array}{rcl} \phi & = & \phi_m \; \cos(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t) \\ \tilde{\rho} & = & -\phi_m \; \rho_0 \; (\omega / c^2) \; \sin(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t) \\ \tilde{p} & = & -\phi_m \; \rho_0 \, \omega \; \sin(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t) \end{array}$$

avec $\underline{U} = \mathrm{g}\underline{\mathrm{rad}} \, \phi$ qui s'écrit $\underline{U} = -\phi_m \, \underline{k} \, \sin(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t)$.

ONDES DE GRAVITÉ INTERNE

Approximation de Boussinesq :

$$\mathrm{div}\,\underline{U} = 0\ , \quad \frac{d\tilde{\rho}}{dt} = \frac{N^2}{g}\,\rho_r\,w \quad \text{et} \quad \rho_r\,\frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{\mathrm{grad}}\,\tilde{p} - \tilde{\rho}\,g\,\underline{e}^{(3)}$$

avec la fréquence de Brunt-Väisälä : $N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho_r}\frac{d\rho_0(z)}{dz}}.$

Relation de dispersion :

$$\omega = N\,|\cos\theta| \quad \text{avec} \quad \theta = \mathrm{arctg}\,(k_3/k_H)\ .$$

Champ d'ondes :

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho}/\rho_r &= -w_m\,\frac{N}{g\,|\cos\theta|}\,\sin(\underline{k}\cdot\underline{x} - \omega\,t)\\
\tilde{p}/\rho_r &= -w_m\frac{N\,\sin\theta}{|\cos\theta|\,k}\cos(\underline{k}\cdot\underline{x} - \omega\,t)\\
\underline{U} &= (w_m/\cos\theta)\,\underline{e}_\theta\,\cos(\underline{k}\cdot\underline{x} - \omega\,t)\ .
\end{aligned}$$

ONDES DE SURFACE

Équations d'Euler incompressibles à surface libre :

$$\mathrm{div}\ \underline{U} = 0 \quad \text{et} \quad \rho_0\ \frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{\mathrm{grad}}\ p - \rho_0\ g\ \underline{e}^{(3)}$$

avec $w - \frac{d\eta}{dt} = 0$ et $p = p_a$ pour $z = \eta(x, y, t)$ et $w = 0$ pour $z = -h$.

Relation de dispersion :

$$\omega = \sqrt{g\ k\ \tanh(k\ h)}\ .$$

Champ d'ondes :

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi_m\ \cosh[k(z+h)]\ \cos(k_1\,x + k_2\,y - \omega t) \\ \eta &= -\Phi_m \frac{\omega}{g}\ \cosh(kh) \sin(k_1\,x + k_2\,y - \omega t)\ . \end{aligned}$$

La vitesse $\underline{U} = \underline{\mathrm{grad}}\ \phi$ et la pression s'en déduisent :

$$\begin{aligned} u &= -\Phi_m\ k_1\ \cosh[k(z+h)]\ \sin(k_1\,x + k_2\,y - \omega t) \\ v &= -\Phi_m\ k_2\ \cosh[k(z+h)]\ \sin(k_1\,x + k_2\,y - \omega t) \\ w &= \Phi_m\ k\ \sinh[k(z+h)]\ \cos(k_1\,x + k_2\,y - \omega t) \\ \tilde{p} &= -\rho_0\,\omega\,\Phi_m \cosh[k(z+h)]\ \sin(k_1\,x + k_2\,y - \omega t)\ . \end{aligned}$$