

OBJECTIFS PÉDAGOGIQUES

Le but de cet article pédagogique est d'exposer en détail la méthode de résolution de l'équation aux dérivées partielles $\frac{\partial \rho}{\partial t} + c(\rho, x, t) \frac{\partial \rho}{\partial x} = f(\rho, x, t)$ par la méthode des caractéristiques. Cet article est une première étape pour la compréhension de la méthode générale des caractéristiques pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles en (x, t) hyperbolique.

Plusieurs objectifs de formation sont visés :

- Comprendre la notion de dérivée d'une fonction $\rho(x, t)$ le long d'une courbe \mathcal{L} du plan (x, t) .
- Visualiser la résolution de l'équation aux dérivées partielles par le tracé des courbes caractéristiques \mathcal{C} .
- Formuler l'équivalence entre la résolution de l'équation aux dérivées partielles et celle du système dynamique associé par la méthode des caractéristiques, en particulier par la connection entre les conditions initiales des deux problèmes.
- Visualiser les limites de la méthode lorsque les courbes caractéristiques se coupent et identifier la nécessité d'une modélisation supplémentaire pour décrire d'éventuel chocs.
- Maîtriser la résolution des cas particuliers linéaires $c = c_0$ et $c = c(x)$ et du cas particulier nonlinéaire $c = c(\rho)$ avec $f = 0$ dans le cas nonlinéaire.

Les compétences à acquérir lors de l'étude de cet article pédagogique sont les suivantes :

- Maîtriser l'ensemble des notations utilisées dans la discussion.
- Être capable d'explicitier le changement de variable permettant de formuler la méthode des caractéristiques.
- Appliquer la méthode des caractéristiques pour tout choix de c et de f en discernant si le problème peut être résolu analytiquement (sur les cas simples) ou si l'on doit recourir à une méthode numérique.