FORMULAIRE

MODÈLE DE TRAFIC ROUTIER

Bilan global

$$\frac{d}{dt}\int_{x_1}^{x_2} \rho \, dx + [Q(\rho)]_{x_1}^{x_2} = 0$$

Bilan local / relation de saut

$$\partial_t \rho + \partial_x Q(\rho) = 0 \qquad \text{et} \qquad - w[\![\rho]\!] + [\![Q(\rho)]\!] = 0 \; .$$

Vitesse d'un choc

$$w = \frac{Q(\rho_D) - Q(\rho_G)}{\rho_D - \rho_G} = \frac{[\![Q(\rho)]\!]}{[\![\rho]\!]}$$

EDP HYPERBOLIQUES

Forme générale des EDP considérées

$$\underline{\underline{A}}(\underline{U}, x, t) \; \partial_t \underline{U} + \underline{\underline{B}}(\underline{U}, x, t) \; \partial_x \underline{U} = \underline{D}(\underline{U}, x, t)$$

Classification générale

$$\det \left(-\lambda \, \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \right) = 0 \quad : \text{ hyperpolique si } \lambda_n \in I\!R \text{ pour } n = 1, ..., N$$

Caractéristiques

$$\mathcal{C}_n : \dot{x} = \lambda_n(x,t) = \lambda_n[\underline{U}(x,t), x, t]$$

Relation différentielle générique

$$\sum_{j=1}^{N} V_{j,n} \left(\frac{dU_j}{dt} \right)_{\mathcal{C}_n} = G_n(U_1, ..., U_N, x, t) \quad \text{pour } n = 1, ..., N$$

Cas où il existe des fonctions de Riemman

$$\left(\frac{dJ_n}{dt} \right)_{\mathcal{C}_n} = N_n(J_1, ..., J_N, x, t) \quad \text{pour } n = 1, ..., N$$

CAS DES ÉQUATIONS DE SAINT VENANT

Équations de Saint Venant non linéaire

$$\begin{aligned} \partial_t h + U \, \partial_x h + h \, \partial_x U &= 0 \\ \partial_t U + U \, \partial_x U + g' \, \partial_x h &= g \, \sin\alpha - \frac{C_f}{2} \, \frac{U|U|}{h} \end{aligned}$$

Caractéristiques et invariants de Riemman

$$\mathcal{C}_{1,2} : \dot{x} = \lambda_{1,2} = U \pm c \qquad \text{et} \qquad J_{1,2} = U \pm 2\, c \quad \text{avec} \qquad c = \sqrt{g' h}$$

Relations de saut

$$h_G (U_G - w) = h_D (U_D - w)$$

$$h_G \, U_G (U_G - w) + \frac{1}{2} g' \, h_G^2 = h_D \, U_D (U_D - w) + \frac{1}{2} g' \, h_D^2$$

$$\left(h_G \, U_G^2 + g' \, h_G^2 \right) (U_G - w) + g' h_G^2 \, U_G > \left(h_D \, U_D^2 + g' \, h_D^2 \right) (U_D - w) + g' h_D^2 \, U_D$$

$$\text{si} \quad h_G (U_G - w) = h_D (U_D - w) > 0 \; .$$